

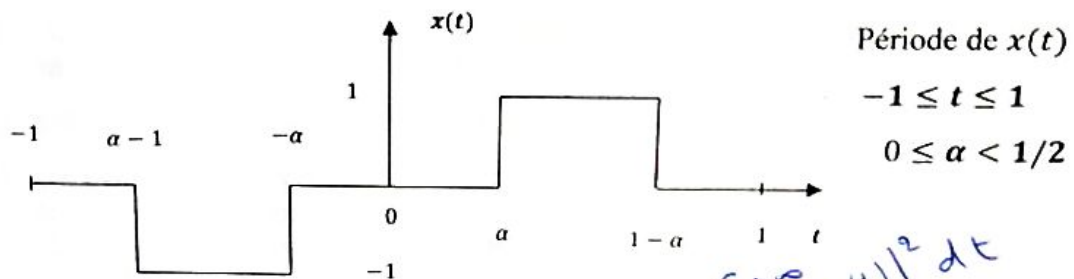
CONCOURS D'ACCES A LA FORMATION DE 3^{ème} CYCLE (DOCTORAT LM)

Spécialité : Systèmes de Télécommunications

Epreuve 1 : Traitement du signal (Durée : 01h30)

Exercice 1 (10 pts)

1) Soit $x(t)$ un signal périodique de période $T_0 = 2$ défini par :



- Calculer P_x puissance du signal $x(t)$
- Développer $x(t)$ en séries de Fourier trigonométriques
- Déduire P_{x_n} puissance de la composante spectrale de rang n du signal $x(t)$
- Déterminer les valeurs du paramètre α qui annulent la puissance de l'harmonique de rang $n = 5$ (P_{x5})
- On prend $\alpha = 0$

Exprimer P_x en fonction des P_{x_n} $n \in \mathbb{N}$ et déduire la relation suivante : $\sum_{n \text{ impair}}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$

2) Soit $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux analogiques de bandes spectrales respectives :

$$W_x = [-10 \text{ KHz}, +10 \text{ KHz}] \text{ et } W_y = [-20 \text{ KHz}, +20 \text{ KHz}]$$

a) Déterminer les bandes spectrales des signaux suivants :

$$z_1(t) = x(4t) * y(t/2) \quad \text{et} \quad z_2(t) = x(t - t_0) * y(t + t_0)$$

b) $z_1(t)$ est échantillonné avec la fréquence d'échantillonnage $f_e = 15 \text{ KHz}$

Déterminer les intervalles de repliement spectral résultant.

Exercice 2 (10 pts)

I. Un signal audio a été échantillonné de manière empirique à 8 échantillons/ms.

1) Quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage ?

Dans la pratique, la fréquence d'échantillonnage retenue est de 50 KHz. Le convertisseur échantillonneur analogique numérique a été précédé d'un filtre.

- 2) Indiquer le rôle du filtre en précisant sa nature (passe-bas, passe-haut, passe-bande, ...).
- 3) Si l'on suppose que ce filtre est parfait, donner la valeur de sa fréquence de coupure.

II. Soit le signal $x(k) = 8 \cdot \cos(2\pi F_0 k)$ résultant de l'échantillonnage à la fréquence $f_e = \frac{1}{T_e}$ du signal analogique $x_a(t) = 8 \cdot \cos(2\pi f_0 t)$.

- 1) Donner l'expression de F_0 en fonction de f_0 et f_e .
- 2) En déduire la valeur maximale de F_0 permettant de ne pas avoir de perte d'information au sens du théorème d'échantillonnage.
- 3) Ecrire l'expression de $x(k)$ dans le cas de $x_a(t) = 8 \cdot \cos(300\pi t)$.
- 4) On désire effectuer la quantification du signal numérique en utilisant un convertisseur analogique numérique (CAN) à 5 bits en mode bipolaire. Deux plages de conversion du CAN sont proposées : $\pm 5V$ et $\pm 10V$. Laquelle choisir ? justifier.
- 5) Pour la plage de conversion choisie, calculer :
- La résolution ou pas de quantification du CAN.
 - Le nombre de niveaux de quantification.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(n) \, dn$$